PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

Profesor
Fortunato Mendoza

NUMERACIÓN

NUMERACIÓN

NUMERACIÓN

Es la parte de la Aritmética que se encarga de estudiar a los números en su formación, escritura y lectura

NÚMERO

Es un ente matemático que nos permiten cuantificar los elementos de la naturaleza, el cual nos da la idea de cantidad

NÚMERAL

Es la representación del número mediante símbolos

Ejemplo: XV; 15

CIFRA

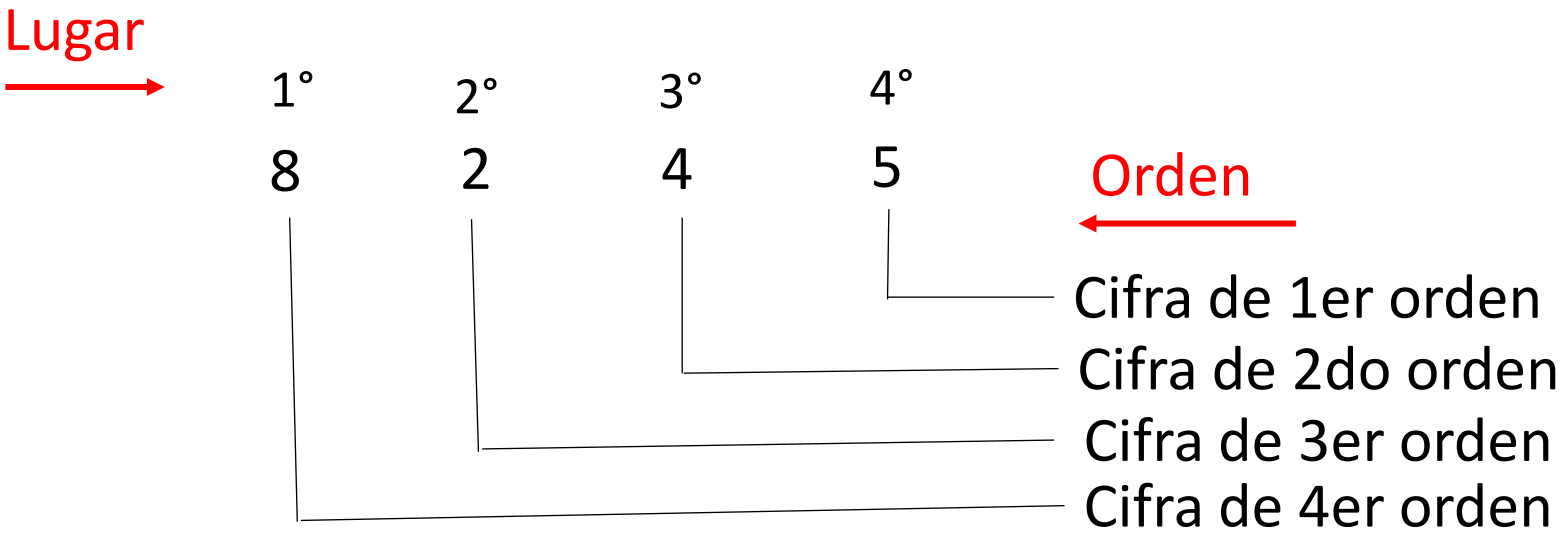
Son cada uno de los símbolos que forman al numeral en un sistema de numeración posicional

Ejemplo: 0; 1; 2; 3; .....

NUMERACIÓN

ORDEN Y LUGAR DE UNA CIFRA

Ejemplo : Sea el numeral 8245



BASE DE UN SISTEMA DE NUMERACIÓN

Nos indica como se agrupan las cantidades para formar los ordenes de un numeral. En la base n se cumple que n unidades de un orden cualquiera se convierte en una unidad del orden inmediato superior

NUMERACIÓN

Ejemplo1

En base 10, se agrupa de 10 en 10

```
* * * * *
* * * * *
 * * * * *
* *
```

1 7

Base 10 ó Decimal

Ejemplo2

En base 6, se agrupa de 6 en 6

```
* * * * *
* * * * *
* * * * *
* *
```

2 5

Base 6 ó Senario

Conclusión: $17 = 25_{(6)}$

NUMERACIÓN

PRINCIPIO

1. Sobre la base

Toda base de un sistema de numeración es un entero mayor que la unidad

$$\text{Base} \in \mathbb{Z} > 1$$

Es decir: Base = 2; 3; 4; 5; ....; 9; 10; 11; .....

2. Sobre la cifra

Toda cifra es un entero mayor o igual a cero pero menor que la base

$$0 \leq \text{cifra} \in \mathbb{Z} < \text{Base}$$

NUMERACIÓN

Ejemplos:

* En base 10
  Cifras: 0; 1; 2; 3; .....; 9
* En base 8
  Cifras: 0; 1; 2; 3; .....; 7
* En base n

Cifras: $\underbrace{0;\ 1;\ 2;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;(n-1)}_{\text{Significativas}}$

Cifra máxima

2 4 7 6

VR(2) = 2x10³
VR(4) = 4x10²
VR(7) = 7x10¹
VR(6) = 6

3. Sobre el valor de las cifras

Toda cifra en un numeral tiene dos valores

Valor Absoluto (VA) .- Es el que tiene de acuerdo a su símbolo

Valor Relativo (VR) .- Es el que tiene de acuerdo a su posición

Ejemplo:

En base 10 : Sea el numeral 578 (CDU)

VA(5) = 5 VR(5) = 5 .10²

VA(7) = 7 VR(7) = 7 . 10¹

VA(8) = 8 VR(8) = 8

En base 9 : Sea el numeral $7432_{(9)}$

VA(7) = 7 VR(7) = 7 . 9³

VA(4) = 4 VR(4) = 4 . 9²

VA(3) = 3 VR(3) = 3 . 9

VA(2) = 2 VR(2) = 2

NUMERACIÓN

PRINCIPALES SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Base	Sistema	Cifra
2	Binario	0;1
3	Ternario	0;1;2
4	Cuaternario	0;1;2;3
5	Quinario	0;1;2;3;4
6	Senario	0;1;2;3;4;5
7	Heptanario	0;1;2;3;4;5;6
8	Octonario	0;1;2;.....;7
9	Nonario	0;1;2;.....;8
10	Decimal	0;1;2;.....;9
11	Undecimal	0;1;2;.....;9;(10)
12	Duodecimal	0;1;2;.....;9;(10);(11)

Décuplo

$2_{(10)}\ 8_{(12)}$

$4_{(15)}\ 2\ 6_{(20)}$

REPRESENTACIÓN LITERAL DE NUMERALES

Ejemplos:

* $\overline{abcd}$ ⟶ Numeral de 4 cifras en base 10

$\overline{abcd}$ = 1000; 1001; 1002; .....; 9999

$a \times c d \rightarrow$ producto

* $\overline{abc}_{(7)}$ ⟶ Numeral de 3 cifras en base 7 $(a; b; c < 7)$

$\overline{abc}_{(7)}$ = $100_{(7)}$; $101_{(7)}$; $102_{(7)}$; .....; $666_{(7)}$

* $\overline{ab}_{(5)}$ ⟶ Numeral de 2 cifras en base 5 $(a; b < 5)$

$\overline{ab}_{(5)}$ = $10_{(5)}$; $11_{(5)}$; $12_{(5)}$; ....; $44_{(5)}$

Numeral capicua

Son aquellos numerales que se leen igual en ambos sentidos.

También se dice que son aquellos cuyas cifras equidistantes son iguales

Ejemplos:

$\overline{aa}$; $\overline{aba}$; $\overline{abba}$; $\overline{abcba}$; $\overline{abccba}$

Notas:

1) Toda cifra de mayor orden es significativa, es decir, diferente de cero

Ejemplo:

Sea el numeral: $\overline{abc}_{(7)}$

Se cumple: a; b; c < 7

a $\neq$ 0

2) Todo paréntesis en un numeral representa a una cifra

Ejemplo:

$$Sea\ el\ numeral\ \overline{a(a+3)b\left(\frac{b}{2}\right)c}_{(8)}$$

Posibles valores a = 1; 2; 3; 4

b = 0; 2; 4; 6

c = 0; 1; 2; ……; 7

DESCOMPOSICIÓN POLINOMICA DE UN NUMERAL

Es la suma de los valores relativos de las cifras de un numeral

17^3

Ejemplos:

* $2\,578 = 2.10^3 + 5.10^2 + 7.10 + 8$
* $\overline{abc} = a.10^2 + b.10 + c$
* $\overline{abcd}_{(8)} = a.8^3 + b.8^2 + c.8 + d$
* $\overline{abcde}_{(n)} = a.n^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e$
* $2008047_{(13)} = 2.13^6 + 8.13^3 + 4.13 + 7$

Notas:

Si $N = 8.17^5 + 2.17^4 + 9.17^2 + 4.17 + 5$

$\longrightarrow N = 820945_{(17)}$

15^5 15^3 15^2

Si $M = 9.15^6 + 7.15^4 + 3.15^1 + 6$

$\longrightarrow N = 9070036_{(15)}$

NUMERACIÓN

En bloques:

$$\overline{abc\,xyz} = \overline{abc}.10^3 + \overline{xyz}$$

$$\overline{ab\,mn\,pq} = \overline{ab}.10^4 + \overline{mn}.10^2 + \overline{pq}$$

$$\overline{ab\,mn\,pq}_{(k)} = \overline{ab}_{(k)}.k^4 + \overline{mn}_{(k)}.k^2 + \overline{pq}_{(k)}$$

$$\overline{abab}_{(8)} = \overline{ab}_{(8)}.8^2 + \overline{ab}_{(8)}$$

CAMBIO DE BASE

I. DE BASE ≠ 10 A BASE 10

Método : Por descomposición polinómica

Ejemplo :

Convertir $4576_{(9)}$ al sistema decimal

Resolución:

$$4576_{(9)} = 4.9^3 + 5.9^2 + 7.9 + 6$$

$$4576_{(9)} = 2916 + 405 + 63 + 6$$

$$4576_{(9)} = 3\ 390$$

II. DE BASE 10 A BASE ≠ 10

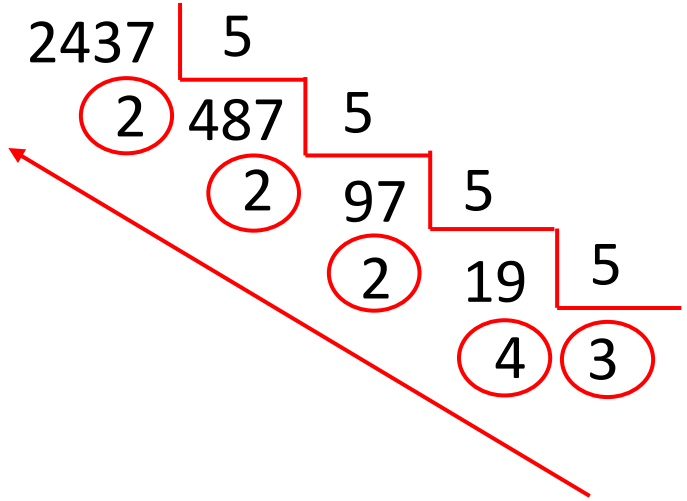
Método : Por divisiones sucesivas

Ejemplo:

Expresar 2437 en el sistema quinario

Resolución:

2437 a base 5



$$\therefore\ 2437 = 34222_5$$

NUMERACIÓN

Ejemplo :

Convertir $12557_{(9)}$ al sistema duodecimal

Resolución :

$12557_{(9)}$ a base 12

DP → B(10) → DS

1°) De base 9 a base 10

Por descomposición polinómica

$12557_{(9)} = 1.9^4 + 2.9^3 + 5.9^2 + 5.9 + 7$

$12557_{(9)} = 6561 + 1458 + 405 + 45 + 7$

$12557_{(9)} = 8476$

2°) De base 10 a base 12

Por divisiones sucesivas

8476	12		
4	706	12	
	10	58	12
		10	4

$\therefore 12557_{(9)} = 4(10)(10)4_{(12)}$

PROPIEDADES:

1. Numerales equivalentes

Si dos numerales son equivalentes se cumple que a mayor valor aparente de un numeral le corresponde menor base; y viceversa, a menor valor aparente le corresponde mayor base

Ejemplo:

Se tiene: $\overset{-}{\overline{abc}}_{(x)} = \overset{+}{\overline{mnpq}}_{(y)}$

$\quad\quad\quad

3. Numeral con bases sucesivas

Se cumple:

$$\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{\overline{1d}_{(x)}}}} = x + a + b + c + d$$

Ejemplo:

* $14_{12_{15_{13_{(8)}}}} = 8 + 4 + 2 + 5 + 3$

$14_{12_{15_{13_{(8)}}}} = 22$

* $\underbrace{16_{16_{\cdots 16_{(9)}}}}_{20 \text{ veces}} = 9 + 6 \times 20 = 129$

4. Existencia de un numeral

Ejemplos:

Si $N = \overline{abc}_8 \longrightarrow 8^2 \leq N < 8^3$

Si $N = \overline{abcd}_6 \longrightarrow 6^3 \leq N < 6^4$

CASOS ESPECIALES DE CONVERSION

I. De base n a base n^k

Al numeral dado se le separa en grupos de k cifras de derecha a izquierda, luego cada grupo se le descompone polinómicamente obteniendo así las cifras en la base pedida

Ejemplo 1:

Convertir 11101100110111_2 a base 8

Base 2: $11101100110111_{(2)}$

Base 2^3: $3 \quad 5 \quad 4 \quad 6 \quad 7_{(8)}$

Obs: $11_2 = 1.2+1=3$

$101_2 = 1.2^2+1=5$

$100_2 = 1.2^2=4$

Ejemplo 2:

Convertir 321230230_4 a base 16

Base 4: $3\ 2\ 1\ 2\ 3\ 0\ 2\ 3\ 0_{(4)}$

Base 4^2: $3 \quad 9 \quad (11) \quad 2 \quad (12)_{(16)}$

Obs: $21_4 = 2.4+1=9$

$23_4 = 2.4+3=11$

$02_4 = 0.4+2 =2$

II. De base n^k a base n

Cada una de las cifras del numeral dado se convierte a la base n, teniendo cuidado de obtener grupos de k cifras (si existiesen grupos incompletos, se completará con ceros a la izquierda), obteniendo así el numeral pedido

Ejemplo 1:

Convertir 53716_8 a base 2

Base 2^3: 5 3 7 1 6 (8)

Base 2: 101 011 111 001 110 (2)

Obs:

$5 \,|\, 2$: 1, $2 \,|\, 2$: 0, 1

$3 \,|\, 2$: 1, 1

$7 \,|\, 2$: 1, $3 \,|\, 2$: 1, 1

$1 = 1_{(2)}$

$6 \,|\, 2$: 0, $3 \,|\, 2$: 1, 1

Ejemplo 2:

Convertir 72506_9 a base 3

Base 3^2: 7 2 5 0 6 (9)

Base 3: 21 02 12 00 20 (3)

Obs:

$7 \,|\, 3$: 1, 2

$5 \,|\, 3$: 2, 1

$6 \,|\, 3$: 0, 2

$2 = 2_{(3)}$

$0 = 0_{(3)}$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. Calcule a + n, si:

$$\overline{(2a)(2a)(2a)}_{(8)} = \overline{a06}_{(n-1)}$$

A) 10 **B) 12** **C) 15** **D) 16** **E) 20**

Resolución

Se tiene: $\overline{(2a)(2a)(2a)}_{(8)} = \overline{a06}_{(n-1)}$

Descomponiendo polinómicamente

$$2a.8^2 + 2a.8 + 2a = a(n-1)^2 + 6$$

$$128a + 16a + 2a = a(n-1)^2 + 6$$

$$146a - a(n-1)^2 = 6 \longrightarrow a[146 - (n-1)^2] = 6$$

Observación: $n - 1 = 12 \longrightarrow a \,.\, 2 = 6$

$n = 13$ $\quad a = 3$

$\therefore\ a + n = 16$ **Clave: D**

02. Calcule el máximo valor de (a + b + c), si:

$$\overline{abc}_{(9)} = \overline{cba}_{(11)}$$

A) 6 **B) 10** **C) 8**

D) 9 **E) 11**

Resolución

$\overline{abc}_{(9)} = \overline{cba}_{(11)}$

Descomponiendo polinómicamente

$a.9^2 + b.9 + c = c.11^2 + b.11 + a$

$81a + 9b + c = 121c + 11b + a$

$80a = 120c + 2b \longrightarrow 40a = 60c + b$

$40a - 60c = b \longrightarrow 20(\underbrace{2a - 3c}_{0}) = b$

Observación:

$2a - 3c = 0 \longrightarrow b = 0$

$2a = 3c \longrightarrow a = 3 \;;\; c = 2$

$a + b + c = 5$

x2

$4a = 6c \longrightarrow a = 6 \;;\; c = 4$

$a + b + c = 10$

$\therefore \quad (a + b + c)_{max} = 10$

Clave: B

PROBLEMAS

03. Si: $\overline{abc}_{(7)} + \overline{abc}_{(8)} = \overline{abc}_{(11)}$

con a ≠ b ≠ c ≠ 0, calcule "c"

A) 0 **B) 1** **C) 2**

D) 3 **E) 4**

Resolución

$\overline{abc}_{(7)} + \overline{abc}_{(8)} = \overline{abc}_{(11)}$; a ≠ b ≠ c ≠ 0

Descomponiendo polinómicamente

$a.7^2 + b.7 + c + a.8^2 + b.8 + c = a.11^2 + b.11 + c$

$113a + 15b + 2c = 121a + 11b + c$

$4b + c = 8a \longrightarrow c = 4$

$4b + 4 = 8a \longrightarrow b + 1 = 2a$

Rpta: 4 **Clave: E**

04. Si $\overline{abab}_{(k)} = 481$, calcule (a + b + k)

A) 8 **B) 9** **C) 10**

D) 11 **E) 12**

Resolución

$\overline{abab}_{(k)} = 481$

Descomponiendo en bloque:

$\overline{ab}_{(k)} \cdot k^2 + \overline{ab}_{(k)} = 481$

$\overline{ab}_{(k)} \cdot (k^2+1) = 13 * 37 \longrightarrow k = 6$

$\overline{ab}_{(6)} = 13$

13 | 6
1 2

$\overline{ab}_{(6)} = 21_{(6)} \longrightarrow a = 2 \quad ; \quad b = 1$

$\therefore \; a + b + k = 2 + 1 + 6 = 9$

Clave: B

05. Al convertir $\overline{(a-3)a(a+2)}_{(7)}$ al sistema quinario, se obtiene un número capicúa de tres cifras. Dé como respuesta la suma de las cifras diferentes de dicho número capicúa.

A) 3 **B) 4** **C) 5**

D) 6 **E) 7**

Resolución

Por dato

$$\overline{(a-3)a(a+2)}_{(7)} = \overline{xyx}_{(5)}$$

Observación $a = 4$

$$\boxed{146_{(7)} = \overline{xyx}_{(5)}}$$

Convertimos $146_{(7)}$ *a base* 5

DP B(10) DS

1°) $146_{(7)} = 1\,.\,7^2 + 4.7 + 6 = 83$

2°)

83	5	
3	16	5
	1	3

$$\boxed{146_{(7)} = 313_{(5)}}$$

Luego $\overline{xyx}_{(5)} = 313_{(5)}$ → $x = 3$; $y = 1$

Piden $x + y = 3 + 1 = 4$

Clave: B

06. Al expresar $143_{(n)}$ en base (n+1), halle la suma de cifras.

A) 3 **B) 5** **C) 6**

D) n+2 **E) 2n+1**

Resolución

$143_{(n)}$ a base (n + 1)

DP → B(10) → DS

1°) $143_{(n)} = n^2 + 4n + 3$

2°) $n^2 + 4n + 3 \;\big|\; n + 1$

$3n + 3 \quad n + 3 \;\big|\; n + 1$

0 2 1

Luego $143_{(n)} = 120_{(n+1)}$

$\sum \text{cfs} = 1 + 2 + 0 = 3$

Clave: A

07. Si: $1229_{(\overline{a1})} = 965_{(\overline{1b})}$, calcule "b"

A) 2 **B) 3** **C) 4**

D) 5 **E) 6**

$9x^2 + 6x + 1 = (3x+1)^2$

Resolución

$$\overset{+}{1229}_{(\overline{a1})} = \overset{-}{965}_{(\overline{1b})}$$

Se cumple $\overset{-}{\overline{a1}} < \overset{+}{\overline{1b}} \longrightarrow a = 1$

$$1229_{(11)} = 965_{(\overline{1b})}$$

$$1.11^3 + 2.11^2 + 2.11 + 9 = 9.\overline{1b}^2 + 6.\overline{1b} + 5$$

$$1604 = \underbrace{9.\overline{1b}^2 + 6.\overline{1b} + 1}_{} + 4 \longrightarrow 1600 = \left(3.\overline{1b} + 1\right)^2$$

$$3.\overline{1b} + 1 = 40 \longrightarrow \overline{1b} = 13 \longrightarrow b = 3$$

Clave: B

08. El máximo numeral de 5 cifras de la base "n", se representa en el sistema decimal como $\overline{(n-2)ab(n-1)}$.
Calcule (a + b + n).

A) 5 **B) 7** **C) 8**
D) 10 **E) 12**

Resolución

Por dato

$$\overline{(n-1)(n-1)(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = \overline{(n-2)ab(n-1)}$$

$$n^5 - 1 = \overline{(n-2)ab(n-1)}$$

Para $\mathrm{n} = 4 \longrightarrow 1023 = \overline{2ab3}$ (No es solución)

Para $\mathrm{n} = 5 \longrightarrow 3124 = \overline{3ab4} \longrightarrow a = 1 \ ; \ b = 2$

Piden $a + b + n = 1 + 2 + 5 = 8$

Clave: C

09. ¿Cuántos numerales del sistema decimal que terminan en 2, se representan con 4 cifras tanto en el sistema de base 4 como en el de base 5?

A) 11 **B) 12** **C) 13**

D) 14 **E) 15**

Resolución

Sea N uno de los números

$N = \ldots 2$

$N = \overline{abcd}_{(4)} \longrightarrow 4^3 \leq N < 4^4$

$N = \overline{xyzw}_{(5)} \longrightarrow 5^3 \leq N < 5^4$

Intersectando $125 \leq N < 256$

Luego N = 132; 142 ; 152; … ; 252 $\longrightarrow$ 13 valores

$\#t = \frac{252 - 132}{10} + 1 = 13$

Rpta: 13 **Clave: C**

10. Si el número N, escrito en base "n", se convierte al sistema de numeración de base n^4, obtenemos un número cuya tercera cifra es 32. Calcule el valor de "n", siendo:

N = $2103301121221_{(n)}$

A) 4 **B) 5** **C) 6**

D) 7 **E) 8**

$1033_n = 1.n^3 + 3n + 3$

Resolución

$\mathrm{N} = 2103301121221_{(\mathrm{n})}$ a base n^4

Por casos especiales de conversión

Base n: $2\ \ 1\ \ 0\ \ 3\ \ 3\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 2\ \ 1\ \ 2\ \ 2\ \ 1_{(n)}$

Base n^4: $2\ \ (n^3+3n+3)\ \ (n^2+n+2)\ \ (n^3+2n^2+2n+1)_{(n^4)}$

Por dato $n^2 + n + 2 = 32 \longrightarrow n^2 + n = 30$

$\therefore n = 5$ **Clave: B**

11. Convierta el menor número de 20 cifras diferentes de la base 125 al sistema de base 25. Calcule la suma de las cinco cifras de mayor orden de la base 25.

A) 24 **B) 21** **C) 20**

D) 18 **E) 32**

Resolución

Por casos especiales

$B(5^3)$ 1 0 2 3 4 5 ..... (18) $(19)_{(125)}$ → 20 cfs

$B(5)$ 1 000 002 003 004 010 ..... 033 $034_{(5)}$ → 58 cfs

$B(5^2)$ 5 0 0 (10) 3 0 (20) 5 ..... 3 (15) $(19)_{(25)}$

Piden: $5 + 0 + 0 + 10 + 3 = 18$

Clave: D

$19 \,\underline{|\,5}$ 4 3

$18 \,\underline{|\,5}$ 3 3

$5 \,\underline{|\,5}$ 0 1

$10_{(5)} = 1 \times 5 + 0 = 5$

$40_{(5)} = 4 \times 5 + 0 = 20$

PROBLEMAS

12. Si $\overline{\left(\frac{9}{a}\right)\left(\frac{6}{a}\right)\left(\frac{15}{a}\right)}_{(2a+1)} = \overline{mmn1}_{(b)}$

calcule (m × n)

A) 3 **B) 4** **C) 5**

D) 6 **E) 12**

Resolución

Se tiene: $\overline{\left(\frac{9}{a}\right)\left(\frac{6}{a}\right)\left(\frac{15}{a}\right)}_{(2a+1)} = \overline{mmn1}_{(b)}$

Observación $a = 3$

Luego $\overset{-}{3}\overset{+}{2}5_{(7)} = \overline{mmn1}_{(b)} \longrightarrow b < 7$

$\quad\quad\quad

PROBLEMAS

13. Si: $33221_{(7)}$ se expresa en otro sistema de numeración, se escribe con 6 cifras diferentes, siendo una de estas cifras el número 5. ¿Cuál es la suma de las cifras restantes?

A) 9 **B) 10** **C) 11**

D) 12 **E) 13**

Resolución

Por dato: $\overset{-}{3}\overset{+}{3}221_{(7)} = -\ \overset{+}{\underset{-}{5}}\ -\ -\ -\ -_{(n)}$

Observación: $5 < n < 7 \longrightarrow n = 6$

Convertimos $33221_{(7)}$ a base 6

1°) $33221_{(7)} = 3.7^4 + 3.7^3 + 2.7^2 + 2.7 + 1$

$= 7203 + 1029 + 98 + 14 + 1$

$33221_{(7)} = 8345$

2°) $8345 = 102345_{(6)}$

Luego $33221_{(7)} = 102345_{(6)}$

Piden $1 + 0 + 2 + 3 + 4 = 10$

Clave: B

14. Si un número formado por cifras significativas en el sistema binario, se expresa en el sistema décuplo como un número de tres cifras diferentes, dé como respuesta la suma de dichas 3 cifras.

A) 8 **B) 9** **C) 10** **D) 11** **E) 12**

Resolución

Por dato

$$\underbrace{11\ldots\ldots1}_{\text{n cfs}}{}_{(2)} = \overline{abc} \quad ; \ a \neq b \neq c$$

$$2^n - 1 = \overline{abc}$$

Para $n = 7 \longrightarrow 127 = \overline{abc}$

Para $n = 8 \longrightarrow 255 = \overline{abc}$ (No es solución)

Para $n = 9 \longrightarrow 511 = \overline{abc}$ (No es solución)

Luego $\overline{abc} = 127$

Piden $a + b + c = 10$

Clave: C

15. Si $\overline{4a53}_{(k)} = \overline{2b44}_{(8)}$
calcule (a + b + k)

A) 16 **B) 15** **C) 13**
D) 12 **E) 14**

Resolución

$$\overset{+}{\overline{4a53}}_{(k)} = \overset{-}{\overline{2b44}}_{(8)}$$

$$\underset{-}{5} < k < \underset{+}{8} \longrightarrow \mathrm{k} = \begin{cases} 6 \\ 7 \end{cases} \longrightarrow \mathrm{k} = 7$$

$$\overline{4a53}_{(7)} = \overline{2b44}_{(8)}$$

$$DP:\ 4.7^3 + a.7^2 + 5.7 + 3 = 2.8^3 + b.8^2 + 4.8 + 4$$

$$1372 + 49a + 35 + 3 = 1024 + 64b + 32 + 4$$

$$49a + 1410 = 64b + 1060$$

$$49a + 350 = 64b \longrightarrow \mathrm{b} = 7$$

$$49a + 350 = 64.7$$

$$7a + 50 = 64$$

$$a = 2$$

$$\therefore\ a + b + k = 2 + 7 + 7$$

$$a + b + k = 16$$

Clave: A

16. Si el numeral:

$$\overline{(a+4)(c+1)(a-3)(2c-3)(2b-1)}_{(8)}$$

es capicúa, calcule: a + b + c.

A) 5 **B) 10** **C) 15**

D) 13 **E) 11**

Resolución

Numeral capicua

$$\overline{(a+4)(c+1)(a-3)(2c-3)(2b-1)}_{(8)}$$

Se cumple

$a+4=2b-1 \longrightarrow \mathrm{a}+5=2\mathrm{b}$

$c+1=2c-3 \longrightarrow \mathrm{c}=4$

Observación $\mathrm{a}=3 \longrightarrow \mathrm{b}=4$

$\therefore\ \mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c}=3+4+4=11$

Clave: E

PROBLEMAS

17. Si $\overline{(b-1)(b-1)}_{(b)} = \overline{(a-4)0}_{(7)}$ determine 2a-b sabiendo que "a" es el menor valor posible.

A) 5 **B) 6** **C) 7**

D) 9 **E) 12**

Resolución

$\overline{(b-1)(b-1)}_{(b)} = \overline{(a-4)0}_{(7)}$; a es mínimo

$b^2 - 1 = (a-4)7 \longrightarrow b^2 - 1 = 7a - 28$

$b^2 + 27 = 7a$

Para $b = 6 \longrightarrow 63 = 7a \longrightarrow a = 9$

Piden $2a - b = 18 - 6 = 12$ **Clave: E**

18. Siendo:

$$\overline{\left(\frac{k}{m}\right)\left(\frac{k}{m+2}\right)\left(\frac{k}{m+4}\right)}_{(15)} = \overline{ab9c}_{(k-2)}$$

calcule: a + b + c + m + k

A) 20 B) 22 C) 23

D) 24 E) 25

Resolución:

Se tiene: $\overline{\left(\frac{k}{m}\right)\left(\frac{k}{m+2}\right)\left(\frac{k}{m+4}\right)}_{(15)} = \overline{ab9c}_{(k-2)}$

Se cumple: $9 < K-2 < 15 \rightarrow 11 < K < 17$

Obs: K = 12 ; m=2

Reemplazando: $632_{(15)} = \overline{ab9c}$

$1397 = \overline{ab9c} \rightarrow$ a=1 ; b=3; c=7

Piden: a+b+c+m+k = 1+3+7+2+12=25 **Clave: E**

PROBLEMAS

19. Si un número enesimal $\overline{25ab}$ se expresa en el sistema heptanario como $\overline{mn02}$, calcule m + n.

A) 8 **B) 12** **C) 13** **D) 7** **E) 9**

Resolución

$\overline{25ab}_{(n)} = \overline{mn02}_{(7)}$

Observación $5 < n < 7 \longrightarrow n = 6$

$\overline{25ab}_{(6)} = \overline{m602}_{(7)}$

$2 . 6^3 + 5 . 6^2 + a . 6 + b = m . 7^3 + 6 . 7^2 + 2$

$612 + 6a + b = 343m + 296$

$316 + 6a + b = 343m$

Para $m = 1 \longrightarrow 6a + b = 27 \longrightarrow a = 4 \; ; \; b = 3$

$\therefore \; m + n = 1 + 6 = 7$ **Clave: D**

PROBLEMAS

20. Si:

$$\underbrace{28\,28\,28\ldots28_{(n)}}_{\text{“m” veces}} = 17\,400$$

calcule el máximo valor de “m”.

A) 12 **B) 11** **C) 10**

D) 9 **E) 8**

Resolución

$$\underbrace{28^{28^{28^{28}}}}_{\text{“m” veces}} = 17\,400 \quad ; \quad \text{m es máximo}$$

$28_{(n)}$

Por el método inductivo

$$28_n = 2n + 8 \qquad = 2^1 n + 8 \quad \leftarrow 8 * 1$$

$$28^{28_{28_n}} = 28_{(2n+8)} \qquad = 2^2 n + 24 \quad \leftarrow 8 * 3$$

$$28^{28^{28_{28_n}}} = 28_{(2^2 n+24)} = 2^3 n + 56 \quad \leftarrow 8 * 7$$

$\vdots$

$$\underbrace{28^{28^{28}}}_{\text{“m” veces}} = 2^m n + 8(2^m - 1) = 17\,400$$

$28_{(n)}$

$$2^m(n+8) = 17\,408$$

$$2^m(n+8) = 2^{10} \,.\, 17$$

Como m es máximo $\longrightarrow$ $\text{m} = 10 \quad ; \quad n = 9$

$\therefore \quad m = 10$

Clave: C

02. Si: $\overline{aabb}_7 = \overline{11a4}_9$. Calcular (a + b).

A) 8 B) 7 C) 6
D) 5 E) 4

Resolución

$\overline{aabb}_7 = \overline{11a4}_9$

D.P.

$a \cdot 7^3 + a \cdot 7^2 + b\,7 + b = 1 \cdot 9^3 + 1 \cdot 9^2 + a \cdot 9 + 4$

$343a + 49a + 7b + b = 729 + 81 + 9a + 4$

$392a + 8b = 814 + 9a$

$383a + 8b = 814 \rightarrow a = 2;\ b = 6$

$2 \quad 6$

$\therefore a + b = 8$

03. Un número del sistema decimal expresado en el sistema de base 6 se representa por $250_{(6)}$. ¿En qué sistema de numeración se representa como el menor numeral de tres cifras distintas y significativas de dicho sistema?.

A) Decimal B) Nonario C) Octanario
D) Heptanario E) Undecimal

Resolución

Sea el # N

$N = 250_{(6)} = 123_n$

$2 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 0 = 1 \cdot n^2 + 2n + 3$

$72 + 30 = \underbrace{n^2 + 2n + 1}_{} + 2$

$100 = (n+1)^2 \rightarrow n+1 = 10$

$\therefore n = 9$

102_n

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS